

หนังสือ EXIMIUS: เขียนคณิตพิชิตโจทย์
แบบทดสอบชุดที่ 1

ปรับปรุงครั้งล่าสุดวันที่ 17 พฤษภาคม 2552

© สงวนลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2552 นักเรียนในโครงการพัฒนาศักยภาพนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
ทางคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ต่อได้ ภายใต้สัญญาอนุญาตครีเอทีฟคอมมอนส์แบบแสดงที่มา-ไม่ใช้
เพื่อการค้า-อนุญาตแบบเดียวกัน 3.0 ประเทศไทย

ดาวน์โหลดฉบับปรับปรุงครั้งล่าสุดได้จาก <http://www.kukkai.org>

1. ถ้า $x^{x^{x^{\dots}}} = 2008$ และ $y^{y^{y^{\dots}}} = 2551$ แล้ว $x^{2551-543} + y^{2008+543}$ มีค่าเท่าไร
 ก. 4559 ข. 4549 ค. 4459 ง. 4449
2. ข้อใดผิด
 ก. $y = -ax^2 + bx + c$ เป็นกราฟพาราโบลาหงายเมื่อ $|a| = -a$
 ข. จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 1.3689 ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ
 ค. $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
 ง. $\sqrt{125} \cdot \sqrt{80} = 100$
3. นำ $x^3 - 1$ ไปหาร $x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81} + x^{243}$ จะเหลือเศษเท่าไร
 ก. 1 ข. $x + 5$ ค. $x - 5$ ง. 0
4. ให้ $(x-3)^3 + (3x+7)^3 = \left(\frac{12(x+1)(x+3)}{3x+9}\right)^3$ และ $x \neq 3$ จงหาผลคูณของรากของสมการดังกล่าว
 ก. $-\frac{7}{3}$ ข. $\frac{7}{3}$ ค. -7 ง. 7
5. ให้ $x - a$ ไปหาร $x^3 + 3x^2 + 3x + 717 - 716$ ลงตัว และความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (a, b) และ $(0, 3)$ คือ 8 จงหาค่าของ $a + b^2$
 ก. 18 ข. 24 ค. 32 ง. 36
6. กำหนดให้ $2^x = \frac{4}{5}$, $2^y = \frac{5}{6}$ และ $2^z = \frac{9}{10}$ แล้ว $x + 2y + z$ มีค่าเท่าไร
 ก. 1 ข. 0 ค. -1 ง. -2
7. ข้อใดเป็นตัวประกอบหนึ่งของ $x^6 - 2x^2 + 1$
 ก. $x^4 - x^2 - 1$ ข. $x^4 + x^2 - 1$ ค. $x^4 + x^2 + 1$ ง. $x^4 - x^2 + 1$
8. ข้อใดเป็นรากที่สอง (ตัวหนึ่ง) ของ $\frac{(3x^2+5xy-2y^2)(2x^2+xy-6y^2)}{6x^2-11xy+3y^2}$
 ก. $3x - y$ ข. $2x - 3y$ ค. $x + 2y$ ง. $x - 2y$
9. ถ้า $x+3$ และ $x-7$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม $x^3 - 3x^2 - ax + b$ จงหาค่าของ $a^2 + ab + b^2$
 ก. 1591 ข. 541 ค. 514 ง. 16
10. กำหนด $m > n$ โดยที่ $m^{m-n} = n^{27}$ และ $n^{m-n} = m^3$ จงหาค่าของ $n^4 - mn^3 - mn + m^2$
 ก. 81 ข. 27 ค. 0 ง. -3
11. กำหนดให้ $\sqrt[3]{4096} - \sqrt{676} + 3^n + 1 = 0$ จงหาค่า n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก
 ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4

12. กำหนด $\frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}} = \frac{a}{b}$ เมื่อ x, y, a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่ใช่ 0 และ $x^2 \neq y^2$ และ $a = 2xy$
จงหาค่าของ $a + b$
- ก. 1 ข. $x + y$ ค. $(x + y)^2$ ง. $(x + y)^3$
13. ให้ a, b, c เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ทำให้ $\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ จงหาค่า x
- ก. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ ข. abc ค. $\frac{a+b+c}{abc}$ ง. $a + b + c$
14. จงหาค่าของ x ที่ทำให้ $\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-7}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-7}} = 2$
- ก. 7 ข. 8 ค. 9 ง. 10
15. สำหรับจำนวนจริง a, b ที่สอดคล้องกับสมการ $7^a = 2401^{b+2}$ และ $5^{a-3} = 125^b$ จงหา $\sqrt{a^2 + b^2}$
- ก. 13 ข. 14 ค. 15 ง. 16
16. กำหนด $y = ax^4 - bx^2 + x + 7$ ถ้ามี $(x, y) = (-14, 130)$ เป็นคำตอบ จงหาค่า y เมื่อ $x = 14$
- ก. 138 ข. 148 ค. 158 ง. 168
17. เครื่องทำน้ำแข็งเครื่องหนึ่งต้องใช้เวลารุ่นเครื่อง 15 นาที จึงจะผลิตน้ำแข็งได้ ปริมาณน้ำแข็งที่ผลิตได้แปรผันโดยตรงกับเวลาที่ผลิต ถ้าเครื่องทำน้ำแข็งเดินเครื่อง 30 นาที จะผลิตน้ำแข็งได้ 20 ตัน เมื่อเปิดให้เครื่องทำน้ำแข็งนี้ทำงานแล้ว ภายในช่วงเวลาของนาฬิกาที่ 90 เครื่องนี้ผลิตน้ำแข็งได้กี่ตัน
- ก. $\frac{4}{3}$ ตัน ข. $\frac{1}{2}$ ตัน ค. $\frac{3}{8}$ ตัน ง. $\frac{5}{8}$ ตัน
18. นายเขตภากรเล่นเกมกับนายกิตติธัชโดยมีอุปกรณ์การเล่นคือไพ่คิง 4 ใบ (โพธิ์ดำ โพธิ์แดง ดอกจิก และข้าวหลามตัด) นายกิตติธัชให้กติกากับนายเขตภากรว่า ให้นายเขตภากรจับไพ่มาทีละ 1 ใบ ถ้าได้ไพ่ที่มีสีดำ ก็ต้องจับอีกใบให้ได้สีดำ หรือใบแรกเป็นสีแดง ใบต่อไปก็ต้องเป็นสีแดง นายเขตภากรจึงจะเป็นฝ่ายชนะ ถ้ามว่าโอกาสที่นายเขตภากรจะชนะเป็นเท่าใด
- ก. $\frac{1}{3}$ ข. $\frac{3}{4}$ ค. $\frac{1}{2}$ ง. $\frac{2}{3}$
19. จงหาค่าของ $(a-c)(b-d)(a-d)(b-c)$ ถ้าให้ a, b เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 14x + 1 = 0$ และให้ c, d เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 7x + 1 = 0$
- ก. 49 ข. 64 ค. 81 ง. 100
20. จงหาค่า x จากสมการ $(\sqrt{12} - \sqrt{11})x^2 - 2x - 4 = \sqrt{12} + \sqrt{11}$
- ก. 3 ข. -1 ค. 3, -1 ง. 0

21. ต้องการล้อมรั้วที่มีความยาว 50 เมตร เป็นคอกม้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าติดกับแม่น้ำ ต้องกันให้มีด้านยาวยาวกี่เมตร จึงจะทำให้คอกม้ามีพื้นที่มากที่สุด
- ก. 12.5 เมตร ข. 15 เมตร ค. 20 เมตร ง. 25 เมตร
22. กำหนดให้ $2(x - y) = a$ และ $2x + 2y - 4xy = b^2$ จงหาค่าของ $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + 2xy(1 - x - y)}$
- ก. $\frac{b^2}{a}$ ข. $\frac{a}{2b^2}$ ค. $\frac{b^2}{2a}$ ง. $\frac{a}{b^2}$
23. ให้ α, β, γ เป็นคำตอบของสมการ $x^3 - 5x^2 + 3x - 4 = 0$ จงหาค่าของ $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$
- ก. 31 ข. 29 ค. 21 ง. 19
24. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 0 ถ้า $x - \frac{1}{x} = 5$ แล้ว $x^3 + \frac{1}{x^3}$ มีค่าเท่าไร
- ก. $13\sqrt{29}$ ข. $26\sqrt{29}$ ค. $39\sqrt{29}$ ง. $52\sqrt{29}$
25. ให้ x, y, z เป็นจำนวนจริง โดยที่ $x + y + z = 0$ และ $x^3 + y^3 + z^3 = \sqrt[3]{3}$ แล้ว xyz มีค่าเท่าไร
- ก. $\sqrt[3]{3}$ ข. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ ค. $\sqrt[3]{9}$ ง. $\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$