

หนังสือ EXIMIUS: เขียนคณิตพิชิตโจทย์
แบบทดสอบชุดที่ 2

ปรับปรุงครั้งล่าสุดวันที่ 17 พฤษภาคม 2552

© สงวนลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2552 นักเรียนในโครงการพัฒนาศักยภาพนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
ทางคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ต่อได้ ภายใต้สัญญาอนุญาตครีเอทีฟคอมมอนส์แบบแสดงที่มา-ไม่ใช้
เพื่อการค้า-อนุญาตแบบเดียวกัน 3.0 ประเทศไทย

ดาวน์โหลดฉบับปรับปรุงครั้งล่าสุดได้จาก <http://www.kukkai.org>

1. ให้จุด O เป็นจุดตัดของเส้นส่วนสูงใน $\triangle ABC$ ลาก CO ต่อกออกไปตัด AB และยาวไปจนพบเส้นรอบวงวงกลมที่ล้อมรอบ $\triangle ABC$ ที่จุด G ถ้า $AO = 17$ จงหาความยาวของ AG
- ก. 10 ข. 13 ค. 17 ง. 19

2. โยนลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มลูกเต๋าทิ้งสองไม่เป็นจำนวนเฉพาะ
- ก. $\frac{5}{12}$ ข. $\frac{6}{12}$ ค. $\frac{7}{12}$ ง. $\frac{8}{12}$

3. พิจารณา

T	R	I	A	M	
	U	D	O	M	+
	M	A	T	H	
1	1	2	3	7	7

ถ้าอักษรแต่ละตัว แทนเลขโดด 1 – 9 ที่แตกต่างกัน จะมีชุดคำตอบที่สอดคล้องกับผลบวกดังกล่าวทั้งหมดกี่ชุด

- ก. 2 ชุด ข. 4 ชุด ค. 6 ชุด ง. 8 ชุด
4. ให้ x_1, x_2, x_3 เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการ $x_1^6 + x_2^4 + x_3^2 + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_2^4} + \frac{1}{x_1^6} = 6$ จงหาค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ $x_1 + x_2 + x_3$
- ก. 1 ข. 0 ค. -3 ง. 3

5. วงกลมขนาดไม่เท่ากันสองวงมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน ถ้าลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด A กับ B ซึ่งเป็นจุดที่แตกต่างกันบนวงกลมใหญ่ แล้ว \overline{AB} สัมผัสกับวงกลมเล็กพอดี จงหาพื้นที่วงแหวน กำหนดให้ \overline{AB} มีความยาวเท่ากับ k
- ก. $\frac{\pi k^2}{2}$ ข. $\frac{\pi k^2}{4}$ ค. $\frac{\pi k^2}{8}$ ง. $\frac{\pi k^2}{16}$

6. เวลา 7:16 น. เข็มสั้นและเข็มนยาวทำมุมป้านกันกี่องศา
- ก. 114 ข. 122 ค. 130 ง. 138

7. จงหาผลบวกของจำนวนที่มี 3 หลักทั้งหมด ที่เลขโดดในแต่ละหลักเป็นเลขคู่ (มีทั้งหมด 100 จำนวน)
- ก. 54400 ข. 54500 ค. 55400 ง. 55600

8. พิจารณาระบบสมการ
$$\begin{cases} a + b + c + d = 5 \\ a + b - c - d = 7 \\ a - b + c - d = 9 \\ a - b - c + d = 12 \end{cases}$$
 จงหาค่าของ $\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{6}$
- ก. $12\frac{11}{24}$ ข. $12\frac{12}{24}$ ค. $12\frac{13}{24}$ ง. $12\frac{14}{24}$

9. ให้ $a^3 = 2008$ และ $b^2 = 2551$ เมื่อ $b > 0$ จงหาจำนวนของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง a และ b
- ก. 9 จำนวน ข. 10 จำนวน ค. 11 จำนวน ง. 12 จำนวน
10. กรวยที่มีรัศมีของฐานยาว r หน่วย สูงตรง h หน่วย มีปริมาตรเป็น 4 เท่าของทรงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว h หน่วย จงหาความสัมพันธ์ระหว่าง r^2 และ h^2
- ก. $r^2 = 2h^2$ ข. $r^2 = 4h^2$ ค. $r^2 = 8h^2$ ง. $r^2 = 16h^2$
11. ให้ O เป็นจุดกำเนิด กราฟ A เป็นกราฟเส้นตรงที่มีระยะตัดแกน x เท่ากับ M , ระยะตัดแกน y เท่ากับ N และมีสมบัติต่อไปนี้
- (1) ผ่านจุดยอดของกราฟ $y = x^2 - 24x + 129$
 (2) ตั้งฉากกับกราฟ $6x + 5y - 2 = 0$
- จงหาพื้นที่สามเหลี่ยม OMN
- ก. 275 ตารางหน่วย ข. 375 ตารางหน่วย
 ค. 415 ตารางหน่วย ง. 435 ตารางหน่วย
12. พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- (1) $\sec \theta = \sqrt{1 + \tan^2 \theta}$ ทุกค่า $0^\circ < \theta < 90^\circ$
 (2) เนื่องจาก $\frac{22}{7}$ เป็นจำนวนตรรกยะ จึงได้ π เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะว่า $\pi = \frac{22}{7}$
 (3) $\sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ$ ไม่สามารถทราบค่าได้ เพราะไม่ทราบค่าของ $\sin^2 80^\circ$ และ $\cos^2 80^\circ$
- ตัวเลือกในข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับข้อความข้างต้น
- ก. ไม่มีข้อถูกเลย ข. มีข้อถูก 1 ข้อ
 ค. มีข้อถูก 2 ข้อ ง. มีข้อถูก 3 ข้อ
13. ให้ m เป็นค่าคงตัวที่มีค่ามากกว่าสอง และสมการ $m^2 - \left(x^2 - x + \frac{5}{2}\right)m - (6x + 1) = 0$ มีรากเพียงรากเดียว จงหาค่าของ $m^{(1/2)} + (1/2)$
- ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4
14. สามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง จุดยอดมีพิกัดอยู่ที่ $(-2, -6), (6, -6)$ จงหาพิกัดของจุดยอดอีกจุดหนึ่ง
- ก. $(2, 4\sqrt{3} - 6)$ ข. $(2, 4\sqrt{3})$ ค. $(0, 4\sqrt{3} - 6)$ ง. $(0, 4\sqrt{3})$

15. ให้

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= -2 \\ ab + bc + cd + ac + ad + bd &= -7 \\ abc + bcd + cda + dab &= 8 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} &= 1 \end{aligned}$$

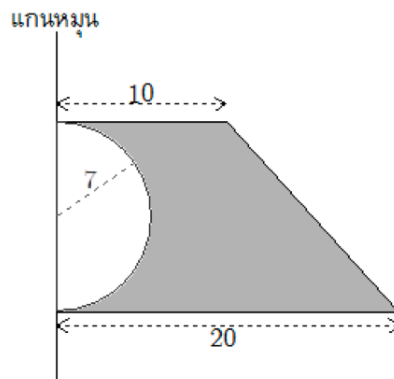
จงหาค่าของ $(1+a)(1+b)(1+c)(1+d)$

- ก. 2 ข. 4 ค. 8 ง. 16

16. มีจำนวน 5 หลักที่หารด้วย 36 ลงตัวทั้งหมดกี่จำนวน โดยที่เลขโดดในแต่ละหลักเป็นเลข 7, 1 หรือ 6

- ก. 9 จำนวน ข. 6 จำนวน ค. 4 จำนวน ง. 3 จำนวน

17. จงหาปริมาตรของรูปทรงที่เกิดจากการหมุนรูปด้านล่าง (ส่วนที่แรเงา) รอบแกนหมุนที่กำหนดให้

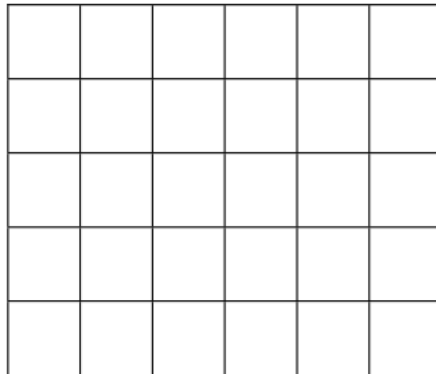


- ก. 2107π ข. $\frac{4214}{3}\pi$ ค. $\frac{8428}{3}\pi$ ง. $\frac{26488}{3}\pi$

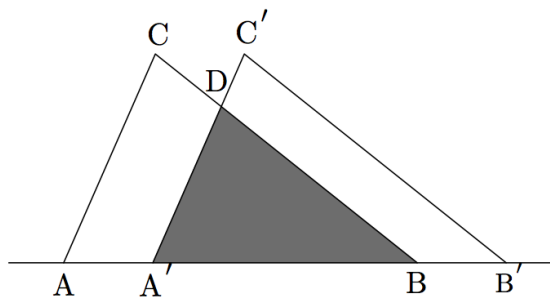
18. กำหนดให้ $A = 3^x + 2 + 3^{-x}$, $B = 3^x - 2 + 3^{-x}$ จงหาค่าของ $A + B - 2\sqrt{AB}$ ในรูปของ x

- ก. $2(3^x)$ ข. $4(3^x)$ ค. $2(3^{-x})$ ง. $4(3^{-x})$

19. รูปด้านล่างมีรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งหมดกี่รูป เมื่อรูปสี่เหลี่ยมรูปเล็กแต่ละรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และไม่นับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



- ก. 242 รูป ข. 243 รูป ค. 244 รูป ง. 245 รูป
20. กำหนดให้ $a = \sqrt[3]{55 + 12\sqrt{21}}$ และ $b = \sqrt[3]{55 - 12\sqrt{21}}$ แล้ว $a^5 + b^5$ มีค่าเท่าใด
 ก. 2524 ข. 2625 ค. 2425 ง. 2525
21. จงหาค่าที่น้อยที่สุดของ $x^4 + 28x^3 + 305x^2 + 1526x + 2550$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ
 ก. 2007 ข. 60 ค. -60 ง. -390
22. สามเหลี่ยม ABC มี $AB = 10, AC = 7, BC = 8$ จงหาว่าต้องเลื่อนขนานสามเหลี่ยมตามแนวด้าน AB ไปเป็นระยะเท่าไร ซึ่งทำให้พื้นที่ของส่วนที่ซ้อนทับกัน (ส่วนที่แรเงา) มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของสามเหลี่ยมเดิม



- ก. 5 หน่วย ข. $5\sqrt{2}$ หน่วย
 ค. $10 - 5\sqrt{2}$ หน่วย ง. $\frac{5}{\sqrt{2}}$ หน่วย
23. รถยนต์สองคันวิ่งเข้าหาสี่แยก โดยรถคันแรกวิ่งมาจากถนนด้านทิศตะวันตกของสี่แยก รถคันที่สองวิ่งมาจากถนนด้านทิศใต้ของสี่แยก โดยรถคันที่สองมีความเร็วเป็นสองเท่าของรถคันแรก ถ้าจุดเริ่มต้นของรถคันแรกและคันที่สองอยู่ห่างจากสี่แยก 2 เมตร และ 5 เมตร ตามลำดับ จงหาว่าระยะห่างระหว่างรถทั้งสองคันที่สั้นที่สุดเป็นเท่าไร
 ก. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ เมตร ข. $\sqrt{5}$ เมตร ค. $2\sqrt{5}$ เมตร ง. $5\sqrt{5}$ เมตร

24. ห้าเหลี่ยม $ABCDE$ มี $AB = AE = CD = 2$, $\angle ABC = \angle DEA = 90^\circ$ และ $BC + DE = 2$ จงหาพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยมนี้

ก. 2 ตารางหน่วย

ข. $2\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

ค. 3 ตารางหน่วย

ง. 4 ตารางหน่วย

25. จงหาเศษจากการหาร $10^{10^1} + 10^{10^2} + 10^{10^3} + \dots + 10^{10^{716}}$ ด้วย 7

ก. 1

ข. 2

ค. 4

ง. 6