

หนังสือ EXIMIUS: เขียนคณิตพิชิตโจทย์
แบบทดสอบชุดที่ 5

ปรับปรุงครั้งล่าสุดวันที่ 17 พฤษภาคม 2552

© สงวนลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2552 นักเรียนในโครงการพัฒนาศักยภาพนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
ทางคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ต่อได้ ภายใต้สัญญาอนุญาตครีเอทีฟคอมมอนส์แบบแสดงที่มา-ไม่ใช้
เพื่อการค้า-อนุญาตแบบเดียวกัน 3.0 ประเทศไทย

ดาวน์โหลดฉบับปรับปรุงครั้งล่าสุดได้จาก <http://www.kukkai.org>

1. ถ้าความยาวรอบรูปของสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วมีค่าเท่ากับ 4 จงหาว่าสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่เท่าไร

- ก. $12 - 8\sqrt{2}$ ข. $12 + 8\sqrt{2}$ ค. $12\sqrt{2} + 8$ ง. $12\sqrt{2} - 8$

2. จงหาค่าของ $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$

- ก. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ข. $\sqrt{2}$ ค. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ง. 2

3. กำหนดให้ $0 < a < b < c < d$ จงหาว่าข้อใดมีค่ามากที่สุด

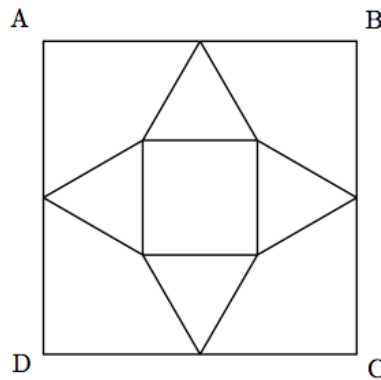
- ก. $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$ ข. $\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}$ ค. $\frac{b^2+c^2}{a^2+d^2}$ ง. $\frac{b^2+d^2}{a^2+c^2}$

4. กำหนดให้ $E(n)$ เป็นผลบวกของเลขโดดคี่ใน n เช่น $E(12354) = 1 + 3 + 5 = 9$

จงหาค่าของ $E(0) + E(1) + E(2) + \dots + E(99)$

- ก. 500 ข. 250 ค. 125 ง. 300

5. สี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABCD$ มีสามเหลี่ยมด้านเท่าที่เท่ากันทุกประการ 4 รูปแนบในอยู่ดังรูป ถ้าสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ a หน่วย จงหาว่าสามเหลี่ยมด้านเท่าที่แนบในแต่ละรูปมีความยาวด้านเท่าไร



- ก. $\frac{a(\sqrt{3}+1)}{2}$ หน่วย
ค. $\frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ หน่วย

- ข. $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$ หน่วย
ง. $\frac{2a}{\sqrt{3}-1}$ หน่วย

12. โรงงานผลิตของเล่นแห่งหนึ่งผลิตของเล่นโดยใช้เครื่องจักร โดยของเล่นแต่ละชิ้นต้องเสียค่าวัสดุชิ้นละ 3 บาท แต่มีปัญหาอยู่ที่เครื่องจักรที่ใช้ในการผลิตจะผลิตของเล่นได้ครั้งละ 100 ชิ้น หลังจากนั้นเครื่องจะร้อนจนต้องหยุดเครื่อง ดังนั้นเจ้าของโรงงานจึงต้องซื้อเครื่องจักรมากกว่า 1 เครื่อง เพื่อในการผลิตแต่ละครั้งจะได้จำนวนของเล่นตามที่ต้องการ และในการผลิตแต่ละครั้งจะไม่มี การเดินเครื่องอีกหากต้องหยุดเครื่อง นอกจากนี้ในการผลิตของเล่นแต่ละชิ้นจะต้องเสียเงินบำรุงเครื่องจักรเพิ่มอีก 10 สตางค์ต่อเครื่อง หากของเล่นชนิดนี้วางขายในราคาชิ้นละ 10 บาท จงหาว่าจะต้องผลิตของเล่นครั้งละกี่ชิ้น เจ้าของโรงงานจึงจะได้กำไรสูงสุด และเจ้าของโรงงานจะได้กำไรกี่บาทต่อครั้ง
- ก. 500 ชิ้น, 3250 บาท ข. 2000 ชิ้น, 10000 บาท
ค. 3500 ชิ้น, 12250 บาท ง. 5000 ชิ้น, 14500 บาท
13. จุด A และ B เป็นจุดบนพาราโบลา $y = 2x^2 + 4x - 2$ ที่มีจุดกำเนิดเป็นจุดกึ่งกลางของสองจุดนี้ จงหาว่าจุด A และ B ห่างกันกี่หน่วย
- ก. $\sqrt{17}$ หน่วย ข. $2\sqrt{17}$ หน่วย ค. 8 หน่วย ง. $\frac{8}{\sqrt{17}}$ หน่วย
14. สามอันดับ (a, b, c) ในข้อใดที่ทำให้สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ไม่มีคำตอบเป็นจำนวนตรรกยะ
- ก. (51, 35, 77) ข. (203, 406, 203)
ค. (55, -92, 21) ง. (39, -14, -8)
15. ค่า k ในข้อใดที่ทำให้พาราโบลา $y = 7x^2 - 16x + k$ ไม่ตัดแกน x
- ก. 11 ข. -2 ค. $-\frac{8}{7}$ ง. 0
16. ในสามเหลี่ยม ABC มีด้าน $AB = 13$, $BC = 14$ และ $AC = 15$, จุด D เป็นจุดบน AC ที่ทำให้ $BD = 13$ จงหาอัตราส่วน $AD : DC$
- ก. 11 : 14 ข. 22 : 3 ค. 22 : 25 ง. 14 : 11
17. ค่าของ $\frac{2\sqrt{20}}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$ คือข้อใด
- ก. $\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{7}$ ข. $2 + \sqrt{10} - \sqrt{14}$
ค. $\frac{1}{5}(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{7})$ ง. $\frac{1}{5}(\sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{7})$
18. ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $ab = a + b$ จงหาค่าของ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - ab$
- ก. 1 ข. 2 ค. -2 ง. ข้อมูลไม่เพียงพอ
19. มีจำนวนเต็มบวกกี่จำนวนที่หาร $246^3 - 109^3 - 137^3$ ลงตัว
- ก. 24 จำนวน ข. 36 จำนวน ค. 48 จำนวน ง. 60 จำนวน
20. มีจำนวนเต็มบวกกี่จำนวนที่หาร $127^3 + 55^3 - 103^3 - 79^3$ ลงตัว
- ก. 60 จำนวน ข. 72 จำนวน ค. 120 จำนวน ง. 144 จำนวน

21. นายชินพายเรือเล่น ณ แม่น้ำแห่งหนึ่ง ขณะที่นายชินกำลังพายเรือตามน้ำ ก็ถึงกระป๋อง
 ลงในน้ำ หลังจากนั้น 20 นาที นายชินจึงสำนึกผิด แล้วพายเรือทวนกระแสน้ำย้อนกลับไป
 เก็บกระป๋อง และเขาพายในลักษณะเดียวกับที่เขาพายตอนแรก หลังจากที่เขากลับไป
 นานเท่าใด เขาจึงจะพบกระป๋อง

- ก. 15 นาที ข. 20 นาที ค. 25 นาที ง. ข้อมูลไม่เพียงพอ

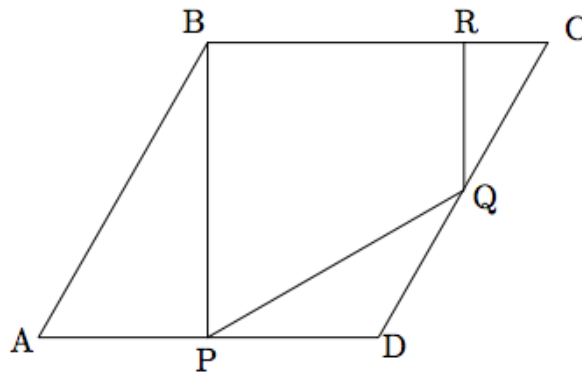
22. $\sqrt{a^2 \sqrt{a^3 \sqrt{a}}}$ มีค่าเท่าใด

- ก. $a^{\frac{1}{6}}$ ข. $a^{\frac{5}{6}}$ ค. $a^{\frac{5}{3}}$ ง. $a^{\frac{10}{3}}$

23. มีจำนวนเต็มบวก k ก็จำนวนที่ทำให้ $\sqrt{k^2 - 6k + 17}$ เป็นจำนวนเต็ม

- ก. ไม่มีจำนวนเต็มบวก k ที่สอดคล้อง
 ข. มีจำนวนเต็มบวก k ที่สอดคล้องเป็นจำนวนอนันต์
 ค. 1 จำนวน
 ง. 2 จำนวน

24. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน $ABCD$ มีด้านแต่ละด้านยาว 6 หน่วย และ $\hat{ABC} = 120^\circ$ สี่เหลี่ยม
 $BPQR$ เป็นสี่เหลี่ยมคางหมูโดยที่ P, Q และ R อยู่บนด้าน AD, DC และ BC ตามลำดับ
 $\hat{PBR} = 90^\circ$ ถ้า $PB = PQ$ จงหาความยาวด้าน RQ



- ก. 3 หน่วย ข. $3\sqrt{3}$ หน่วย ค. $\sqrt{3}$ หน่วย ง. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ หน่วย

25. ความยาวด้านของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีค่าเป็น a, b และ c โดยที่ $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$
 ถ้า $a + b + c = 9$ แล้ว $b^4 + c^2$ มีค่าเท่าใด

- ก. 90 ข. 100 ค. 105 ง. 110