

หนังสือ EXIMIUS: เขียนคณิตพิชิตโจทย์
แบบทดสอบชุดที่ 6

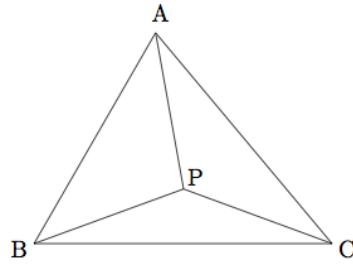
ปรับปรุงครั้งล่าสุดวันที่ 17 พฤษภาคม 2552

© สงวนลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2552 นักเรียนในโครงการพัฒนาศักยภาพนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
ทางคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ต่อได้ ภายใต้สัญญาอนุญาตครีเอทีฟคอมมอนส์แบบแสดงที่มา-ไม่ใช้
เพื่อการค้า-อนุญาตแบบเดียวกัน 3.0 ประเทศไทย

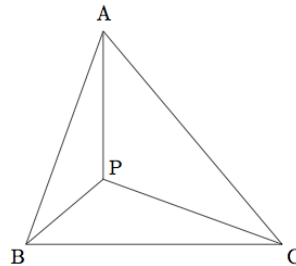
ดาวน์โหลดฉบับปรับปรุงครั้งล่าสุดได้จาก <http://www.kukkai.org>

1. จากรูป P เป็นจุดภายในสามเหลี่ยม ABC ที่ทำให้ $\hat{PBA} = 40^\circ$, $\hat{PCA} = 30^\circ$, $\hat{PBC} = 20^\circ$ และ $\hat{PCB} = 20^\circ$ จงหาขนาดของมุม \hat{PAC}



- ก. 25° ข. 30° ค. 40° ง. 45°

2. จากรูป P เป็นจุดภายในสามเหลี่ยม ABC ที่ทำให้ $\hat{PBA} = 30^\circ$, $\hat{PCA} = 30^\circ$, $\hat{PBC} = 40^\circ$ และ $\hat{PCB} = 20^\circ$ จงหาขนาดของมุม \hat{PAC}



- ก. 25° ข. 30° ค. 40° ง. 45°

3. ถ้า $a^3 + b^3 - 9(a^2 + b^2) + 27(a + b) - 54 = 0$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าไร

- ก. 9 ข. 3 ค. 6 ง. 12

4. จงหาค่า $x + y + z$ โดยที่

$$(x \div y) \div z = 8$$

$$(x \div y) - z = 21$$

$$x - y = 23$$

- ก. 2 ข. 14 ค. 28 ง. 56

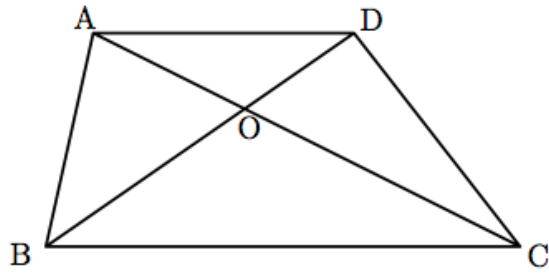
5. กำหนดสมการ $\alpha x^2 + \beta = x$ เมื่อ α, β เป็นค่าคงที่มีเพียงคำตอบเดียวแล้ว $(\alpha\beta)^{-1}$ มีค่าเท่าไร

- ก. $1/4$ ข. $1/2$ ค. 2 ง. 4

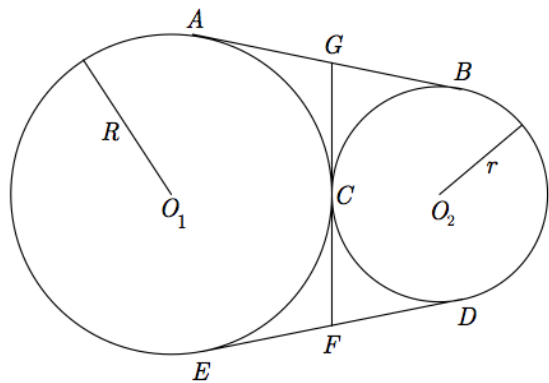
6. จงหาเศษเหลือที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ที่ได้จากการหารเลขสามหลักด้วยผลบวกของเลขโดดของเลขสามหลักตัวนั้น

- ก. 26 ข. 24 ค. 17 ง. 15

7. สามเหลี่ยม AOD และ BOC มีพื้นที่ 179 และ 716 ตารางหน่วย ตามลำดับ พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ เป็นกี่ตารางหน่วย

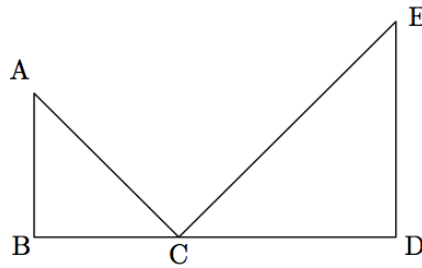


- ก. 1611 ตารางหน่วย ข. 1711 ตารางหน่วย
ค. 1721 ตารางหน่วย ง. 1722 ตารางหน่วย
8. กำหนด $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 2 ซึ่ง $P(1) = 1$, $P(2) = 8$, $P(3) = 27$ จงหาว่า $P(0)$ เท่ากับเท่าไร
- ก. 0 ข. 6 ค. 8 ง. 10
9. ข้อมูลชุดหนึ่งเป็นจำนวนเต็ม 5 จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม และพิสัย เป็น 716 เท่ากัน ข้อมูลชุดนี้เป็นไปได้ทั้งหมดกี่แบบ
- ก. 479 แบบ ข. 579 แบบ ค. 679 แบบ ง. 779 แบบ
10. จากรูป จงหา $AB + GF + ED$ เมื่อ \overline{AB} , \overline{DE} , \overline{FG} เป็นเส้นสัมผัสร่วมทั้ง 3 เส้นของวงกลมทั้งสอง โดยที่ $R = 4$ และ $r = 3$



- ก. 15 ข. $12\sqrt{3}$ ค. 72 ง. $15\sqrt{2}$
11. ค่าของ $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(2 - \frac{2}{3}\right) \left(3 - \frac{3}{4}\right) \dots \left(1000 - \frac{1000}{1001}\right)$ มีค่าเท่ากับข้อใด
- ก. $\frac{1000!}{2} - \frac{500}{1001}$ ข. $\frac{1001!}{1000} - \frac{999!}{1001^2}$ ค. $\frac{1002!}{1001^3} - \frac{1000!}{1001^2}$ ง. $\frac{1003!}{1001^3} - \frac{1000!}{1002^2}$
12. กำหนดให้ $t + \sqrt{t} = 1$ จงหาค่าของ $t + \frac{1}{\sqrt{t}}$
- ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4

16. จากรูป $AB = 2$, $ED = 3$ และ $BD = 5$ จงหาความยาวของ BC ซึ่งทำให้ $\angle ACE$ เป็นมุมฉาก เมื่อ AB และ ED ตั้งฉากกับ BD



- ก. 2 ข. 3 ค. 2.5 ง. 2 หรือ 3
17. ใส่จำนวนจริงลงในตารางขนาด 3×3 โดยให้มีผลบวกของจำนวนในทุกแนวตั้ง แนวนอน แนวทแยงเป็นค่าคงที่ซึ่งเท่ากับ T และให้ X เป็นตัวเลขที่อยู่ตรงกลางของตาราง ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ
- ก. $T = 3X$ ข. $T = X + 10$
 ค. $T + X$ เป็นค่าคงที่ ง. ไม่สามารถสรุปอะไรได้
18. ให้ t เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่ง $14 < \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{t} < 14.0001$ จงหาว่า t มีค่าอยู่ในช่วงใด
- ก. $[1, 10^4)$ ข. $[10^4, 10^8)$ ค. $[10^8, 10^{12})$ ง. $[10^{12}, 10^{16})$
19. กำหนดให้ $x^2 + 4x + 1 = 0$ จงหาค่าของ $\sqrt{x^{10} + 12x^9 + 34x^8 + 21x^7 + 42x^6 + 30x^5 + 10x^4 + 10x^3 + 25x^2 + 21x + 40}$
- ก. 2 ข. 3 ค. 6 ง. 10
20. คน 6 คนนั่งอยู่รอบโต๊ะกลม จงหาจำนวนวิธีของการจับมือของคน 3 คู่โดยที่ไม่มีแขนไขว้กัน
- ก. 2 วิธี ข. 3 วิธี ค. 4 วิธี ง. 5 วิธี
21. กำหนดลำดับของจำนวนเต็มบวก $1, 3, 4, 7, 11, 18, \dots$ ถ้า a เป็นจำนวนในลำดับที่ 2550 ของลำดับนี้ ซึ่ง $2550\sqrt{a - \frac{1}{a - \frac{1}{a - \dots}}} = \frac{p + \sqrt{q}}{r}$ โดย p, q, r เป็นจำนวนเต็มบวก และตัวหารร่วมมากของ q และ r มีค่าเป็น 1 จงหาค่าของ $p + q + r$
- ก. 6 ข. 7 ค. 8 ง. 9
22. แบ่ง 43 เป็นผลบวกของ 2 ส่วน โดยที่ผลบวกของสองเท่าของส่วนแรกกับกำลังสองของส่วนที่สองมีค่าน้อยที่สุด จงหาผลคูณของทั้งสองส่วนนี้
- ก. 280 ข. 120 ค. 42 ง. 372

23. ในสามเหลี่ยม ABC มี $\angle ABC = 90^\circ$ จุด D และ E อยู่บน AC โดย $AD = 4$, $DE = EC = 8$, $AB = 12$ และ $BC = 16$ จงหาขนาดของ $\angle DBE$
- ก. 30° ข. 45° ค. 60° ง. 75°
24. จำนวน 716 สามารถเขียนได้ในรูปของ $x^2 - y^2$ ได้หลายวิธี โดยที่ x, y เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาผลบวกของค่าของจำนวนเต็มบวก x ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- ก. 180 ข. 450 ค. 570 ง. 900
25. ให้ $a = x + y + z$ และ $b = xy + yz + zx$ ถ้า $a - b = x^2 - x - 62 = y^2 - y - 76 = z^2 - z - 98$ จงหาค่าของ $3x + 2y + z$ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- ก. 26, -20 ข. 20, -26 ค. 24, -18 ง. 18, -24