

ข้อสอบ TUGMOs ครั้งที่ 5 รอบที่ 1  
สอบวันที่ 3 ธันวาคม 2550

ปรับปรุงครั้งล่าสุดวันที่ 19 พฤษภาคม 2552

© สงวนลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2552 นักเรียนในโครงการพัฒนาศักยภาพนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ  
ทางคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ต่อได้ ภายใต้สัญญาอนุญาตครีเอทีฟคอมมอนส์แบบแสดงที่มา-ไม่ใช้  
เพื่อการค้า-อนุญาตแบบเดียวกัน 3.0 ประเทศไทย

ดาวน์โหลดฉบับปรับปรุงครั้งล่าสุดได้จาก <http://www.kukkai.org>



ข้อสอบแข่งขันในโครงการสรรหานักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์  
โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ประจำปีการศึกษา 2550  
วิชา คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น รอบที่ 1  
สอบวันจันทร์ที่ 3 ธันวาคม 2550 เวลา 09.00-11.40 น.

### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 10 หน้า ผู้สอบสามารถศึกษารายละเอียดข้อสอบได้ในหน้าถัดไป
2. ใช้เวลาสอบ 2 ชั่วโมง 40 นาที (09.00 - 11.40 น.)
3. ไม่อนุญาตให้เปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาตจากกรรมการคุมสอบ
4. สามารถทศในกระดาษข้อสอบได้ อนุญาตให้นำกระดาษข้อสอบกลับไปได้ และจะมีการจัดทำหนังสือข้อสอบและเฉลยขึ้นภายหลังการสอบ
5. ใช้ปากกาสีน้ำเงินหรือดำเท่านั้นในการตอบ
6. กรอกข้อมูลลงในกระดาษคำตอบให้ครบถ้วนและชัดเจน เขียนชื่อ นามสกุล โรงเรียน และเลขประจำตัวสอบในกระดาษคำตอบในบริเวณที่กำหนด และให้ดึงกระดาษคำตอบ แยกจากเล่มข้อสอบ
7. อนุญาตให้ออกจากห้องสอบได้หลังจากเวลาสอบผ่านไปครึ่งหนึ่ง (10.20 น.)
8. เมื่อหมดเวลาสอบหรือเมื่อจะส่งกระดาษคำตอบ ให้วางปากกา และคว้ากระดาษคำตอบไว้บนโต๊ะ แล้วออกจากห้องสอบทันที
9. หากมีข้อสงสัยให้ยกมือขึ้นเหนือศีรษะเพื่อสอบถามจากกรรมการคุมสอบ
10. ถ้าทำผิดคำสั่งจะไม่ได้รับการตรวจ
11. คำตัดสินของคณะกรรมการจัดการแข่งขันถือเป็นข้อยุติ
12. ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องมือช่วยคำนวณทุกชนิด และห้ามทุจริตในการสอบ หากผู้สอบก่อพฤติกรรมทุจริตจะปรับตกในการสอบทันที
13. นักเรียนสามารถสมัครเป็นนักเรียนโครงการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ได้ภายหลังจากการประกาศผลสอบของโรงเรียน และจะมีการแนะนำการสมัครในภายหลัง

## รายละเอียดข้อสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 4 ตอน ดังนี้

**ตอนที่ 1** เป็นแบบเลือกตอบ ให้กากบาทลงในช่องตัวเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว หากต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ลบคำตอบเดิมให้สะอาด แล้วจึงกากบาทตัวเลือกใหม่

ตัวอย่าง ต้องการตอบข้อ ค.

	ก	ข	ค	ง
0			X	

**ตอนที่ 2** เป็นแบบเลือกตอบ ให้กากบาทลงในช่องตัวเลือกคำตอบที่ถูกต้องทั้งหมด หากต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ลบคำตอบเดิมให้สะอาด แล้วจึงกากบาทตัวเลือกใหม่

ตัวอย่าง ต้องการตอบข้อ ก. และ ข.

	ก	ข	ค
00	X	X	

**ตอนที่ 3** เป็นแบบเติมคำตอบ ให้เติมคำตอบลงในบริเวณที่กำหนดให้

**ตอนที่ 4** เป็นแบบแสดงวิธีทำ ให้เขียนคำตอบตามโจทย์ต้องการ พร้อมกับแสดงวิธีทำพอสังเขป ในช่องว่างที่ให้ไว้ (หากที่ว่างไม่พอ อนุญาตให้เขียนต่อด้านหลังได้)

2. คะแนนในแต่ละตอนเป็นดังนี้

ตอนที่ 1	มี 7 ข้อ	ข้อละ	1.732051	คะแนน	
ตอนที่ 2	มี 3 ข้อ	ข้อละ	2.718282	คะแนน	
ตอนที่ 3	มี 17 ข้อ	ข้อที่ 1 - 7	ข้อละ	3.141593	คะแนน
		ข้อที่ 8 - 13	ข้อละ	4.669201	คะแนน
		ข้อที่ 14 - 17	ข้อละ	5.678610	คะแนน
ตอนที่ 4	มี 1 ข้อ		7	คะแนน	
		รวม	100	คะแนน	

## ข้อตกลง

- ในการทำข้อสอบฉบับนี้ **ห้าม**ประมาณค่าจำนวนอตรรกยะ
- ไม่มีจำนวนจินตภาพ (ดังนั้น  $\sqrt{-5}$  จึงไม่มีความหมาย และหาค่าไม่ได้)
- $\pi \neq \frac{22}{7}, \pi \neq 3.1415926535897932384626433832795 \dots$

**ตอนที่ 1** จงกากบาทลงในช่องตัวเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

1. ในงานเลี้ยงงานหนึ่ง แผลห้า ชื่อว่า กก กน นก นน และกนก ได้จัดการแสดง โดยทุกคน ยืนเรียงกันเป็นแถวหน้ากระดาน แต่ละคนถือลูกบอลคนละลูก ซึ่งมีลูกบอลสีแดง สีแสด สี เหลือง สีฟ้า และสีเขียว อย่างละหนึ่งลูก ถ้าข้อมูลต่อไปนี้เป็นจริง

- 1) เริ่มต้น นกถือลูกบอลสีฟ้า คนที่อยู่ซ้ายสุดถือลูกบอลสีเขียว และกนยืนอยู่ตรงกลาง
- 2) จากนั้นคนที่ถือลูกบอลสีเหลืองสลับลูกบอลกับคนที่อยู่ขวาสุด จะได้ว่าคนที่ถือลูกบอล สีแดงยืนติดกับคนที่ถือลูกบอลสีแสด กกยืนติดกับนก คนที่ถือลูกบอลสีฟ้ายืนติดกับ นน กกและกนยืนติดกับคนที่ถือลูกบอลสีแดง

เริ่มต้น กนถือลูกบอลสีอะไร

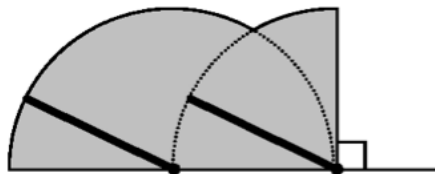
- ก. สีแดง                      ข. สีแสด                      ค. สีเหลือง                      ง. สีเขียว

2. สำหรับจำนวนจริง  $a, b$  กำหนดให้  $a \otimes b = \frac{2b^2 + 2ab + a}{2(b+1)^2}$

จงหาค่าของ  $1 \otimes (2 \otimes (3 \otimes \dots \otimes (2007 \otimes 2008) \dots))$

- ก.  $\frac{13}{9}$                       ข.  $\frac{13}{18}$                       ค.  $\frac{5}{4}$                       ง.  $\frac{5}{8}$

3. นายกรีนกำลังขับรถผ่าสายฝนเพื่อพาเพื่อนสนิทคนหนึ่งไปซื้อกระเป๋าด้วยกัน บังเอิญเห็น ที่ปิดน้ำฝนหน้ารถกำลังปิดน้ำฝนปรากฏดังรูป ที่ปิดน้ำฝนทั้งสองมีขนาดเท่ากัน และปลาย ของที่ปิดน้ำฝนอันขวาอยู่ตรงกับจุดหมุนของอันซ้ายพอดี ถ้าที่ปิดน้ำฝนยาวอันละ 6 หน่วย จงหาว่าที่ปิดน้ำฝนทั้งสองอันสามารถปิดน้ำฝนได้เป็นพื้นที่กี่ตารางหน่วย



- ก.  $15\pi - 93$                       ข.  $15\pi + 93$                       ค.  $21\pi - 93$                       ง.  $21\pi + 93$

4. จุดยอดของพาราโบลาในข้อใดอยู่สูงที่สุด

- ก.  $2x^2 + 4x + 3 = \frac{y}{\sqrt{3}}$                       ข.  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{x}{\sqrt{2}} + \sqrt{5} = \sqrt{2}x + y - 4$   
 ค.  $12x^2 - 4x + y = \sqrt{2}$                       ง.  $x + \frac{3}{4}\sqrt{\pi} = \frac{y-x^2}{\sqrt{\pi}}$

5. นิกสั่งให้ป๊อปเลือกจำนวนจาก 1 ถึง 2550 มากี่จำนวนก็ได้ แล้วเขียนใส่กระดาษ โดยมีเงื่อนไขว่า หากนิกเลือกจำนวนในกระดาษมา 3 จำนวน หาผลรวมแล้วปรากฏว่าหารด้วย 7 ลงตัว ป๊อปจะถูกลงโทษ จงหาว่า ป๊อปจะเขียนจำนวนใส่กระดาษได้มากที่สุดกี่จำนวน จึงจะไม่ถูกลงโทษอย่างแน่นอน

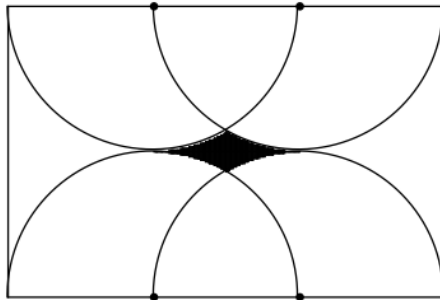
ก. 729 จำนวน    ข. 730 จำนวน    ค. 731 จำนวน    ง. 732 จำนวน

6. ให้  $O$  เป็นจุดในสี่เหลี่ยมจัตุรัส  $ABCD$  ที่ทำให้  $\angle AOB = 150^\circ$  และ  $AO = BO$

ให้  $AB$  ยาว  $2\sqrt{3}$  หน่วย สามเหลี่ยม  $OCD$  มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

ก. 3                      ข. 23                      ค. 6                      ง. 2

7. จากรูป มีสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด  $4 \times 6$  หน่วย ภายในบรรจุครึ่งวงกลม 4 รูป ทุกรูปมีรัศมี 2 หน่วย ส่วนที่แรเงามีพื้นที่กี่ตารางหน่วย



ก.  $\frac{24+4\pi-6\sqrt{3}}{3}$     ข.  $\frac{24-4\pi+6\sqrt{3}}{3}$     ค.  $\frac{24-4\pi-6\sqrt{3}}{3}$     ง.  $\frac{24+4\pi+6\sqrt{3}}{3}$

**ตอนที่ 2** จงกากบาทลงในช่องตัวเลือกคำตอบที่ถูกต้องทั้งหมด

1. ในสามเหลี่ยมใดๆ ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้องบ้าง

- ก. เส้นมัธยฐานที่ลากไปยังด้านที่ยาวที่สุดของสามเหลี่ยมจะเป็นเส้นมัธยฐานที่สั้นที่สุดเสมอ
- ข. ความยาวของเส้นมัธยฐานทั้งหมดรวมกันจะน้อยกว่าความยาวด้านของสามเหลี่ยมรวมกันเสมอ
- ค. ความยาวของเส้นมัธยฐานทั้งหมดรวมกันจะมากกว่าความยาวของส่วนสูงทั้งหมดรวมกัน

2. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้องบ้าง

ก.  $๕๕๗,๑๒๙ + \text{MDCLIX} + \text{IIIII} + \text{III} = 559,128$

ข. ในบรรดาข้อความ 4 ข้อต่อไปนี้ มีข้อความที่ถูกต้อง 2 ข้อ

- 1) สนามหญ้าขนาด 10 เอเคอร์ มีพื้นที่มากกว่าสวนดอกไม้ขนาด 20 ไร่
- 2) หญิงสาวน้ำหนัก 50 กิโลกรัม มีน้ำหนักมากกว่าเด็กยักษ์ขนาด 110 ปอนด์
- 3) แม่น้ำยาว 1 โยชน์ มีความยาวมากกว่าถ่านยาว 1 ไมล์
- 4) น้ำมันพืช 1 ถ้วยตวง มีปริมาตรมากกว่าซีอิ๊วขาว 15 ช้อนโต๊ะ

ค. ถ้าวันที่ 3 ธันวาคม พ.ศ. 2550 เป็นวันจันทร์ แล้ววันที่ 3 มกราคม พ.ศ. 2950 เป็นวันพฤหัสบดี

3. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้องบ้าง

ก. เลขโดดในหลักหน่วยของ  $7^{2007} + 3^{2007}$  คือเลข 0

ข. เลขโดดในหลักสิบของ  $7^{2007} + 3^{2007}$  คือเลข 3

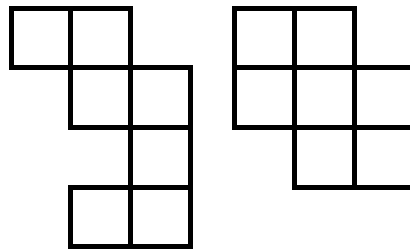
ค. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนตรรกยะ  $c$  และ  $d$  เป็นจำนวนอตรรกยะ จะได้ว่า ในบรรดาข้อความ 9 ข้อต่อไปนี้ มีข้อความที่ถูกต้อง 3 ข้อ

- 1)  $a + b$  และ  $a - b$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 2)  $a + c$  และ  $a - c$  เป็นจำนวนอตรรกยะ
- 3)  $c + d$  และ  $c - d$  เป็นจำนวนอตรรกยะ
- 4)  $ab$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 5)  $ac$  เป็นจำนวนอตรรกยะ
- 6)  $cd$  เป็นจำนวนอตรรกยะ
- 7)  $\frac{a}{b}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 8)  $\frac{a}{c}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ
- 9)  $\frac{c}{d}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ

### ตอนที่ 3 จงเติมคำตอบในบริเวณที่กำหนดให้

1. กำหนดให้  $x$  แทนจำนวนข้อความที่ถูกต้อง จากข้อความต่อไปนี้

- 1) ในระบบจำนวนจริง  $1 + 1 = 2$
- 2) ผลบวกของจำนวนเฉพาะบวกตั้งแต่ 1 ถึง 2551 มีค่าเป็นจำนวนคี่
- 3) เซปโทมิโน (septomino) เป็นรูปที่ได้จากการต่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวน 7 รูป โดยนำด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสมาประกบกันเป็นคู่ๆ จนได้รูปเหลี่ยมที่ต่อเนื่องกันดังตัวอย่าง หากนับเซปโทมิโนสองรูปที่พลิกหรือหมุนแล้วเหมือนกัน ว่าเป็นเซปโทมิโนเพียงรูปเดียว จะได้ว่ามีเซปโทมิโนทั้งหมด 108 แบบ



- 4) ในระบบเงินตราของดาว TUGMOs ไม่มีธนบัตร มีเพียงเหรียญ 42 อู๋, 27 อู๋, 11 อู๋, 4 อู๋ และ 1 อู๋ เท่านั้น เหรียญทุกเหรียญหนัก 1 เอ๊ะ เท่ากัน นายพชรพลซึ่งอยู่บนดาว TUGMOs ต้องการซื้อคอมพิวเตอร์รุ่น “จตุคอร์ แรมเทพ (Quad-core Super-RAM)” เขาไม่ทราบราคา แต่มั่นใจว่าราคาไม่เกิน 80 อู๋ อย่างแน่นอน เขาเป็นคนที่ไม่ชอบพกเงินสดติดตัวมากมาย เขาจึงตั้งใจจะพกเงินไปและพกเงินทอนกลับให้มีน้ำหนักรวมน้อยที่สุด นายพชรพลจึงนั่งคำนวณดู พบว่าเขาจะต้องพกเงินไปและพกเงินทอนกลับน้ำหนักรวมกันอย่างมากที่สุด 8 เอ๊ะ (เขาต้องนำเงินทอนทั้งหมดกลับ)
- 5) ถ้ากระดาษแผ่นหนึ่งพิมพ์ตัวเลขได้ 1000 ตัว และกระดาษหนึ่งรีมมี 1000 แผ่น จะต้องใช้กระดาษ 10000 รีมในการพิมพ์ค่า  $10^{10^{10}}$  เป็นตัวเลขในฐานสิบ
- 6) จำนวนที่มากที่สุดที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์และเลขโดดแต่ละตัวแตกต่างกัน คือ 9814072356
- 7) ในวันหนึ่งๆ หากนำเลขโดดที่ปรากฏบนนาฬิกาดิจิทัลของทุกๆ นาฬิกาบวกกัน จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนคู่
- 8) รูปหลายเหลี่ยมใดๆ ที่มีพิกัดของจุดยอดเป็นจำนวนเต็ม จะมีแกนสมมาตรไม่เกิน 4 แกน
- 9) ตามพระราชบัญญัติว่าด้วยการกระทำความผิดเกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ พ.ศ. 2550 ผู้ใดส่งข้อมูลคอมพิวเตอร์หรือจดหมายอิเล็กทรอนิกส์แก่บุคคลอื่น โดยปกปิดหรือปลอมแปลงแหล่งที่มาของการส่งข้อมูลดังกล่าว อันเป็นการรบกวนการใช้ระบบคอมพิวเตอร์ของผู้อื่นโดยปกติสุข ต้องระวางโทษปรับไม่เกินห้าหมื่นบาท

- 10) การแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกครั้งที่ 49 จะจัดขึ้นที่เมืองเกรเนดา ประเทศสเปน ในปี พ.ศ. 2551 และการแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกครั้งที่ 50 จะจัดขึ้นที่เมืองเบรเมน ประเทศเยอรมนี ในปี พ.ศ. 2552

จงหาค่าของ  $\frac{8(16x+185)+41(3x+19)}{\frac{1}{8}\sqrt{(x+13)^2-8(x+11)}}$

2. ให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง  $a + b + c = 0$  และ  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

จงหาค่าของ  $\frac{(a+b)^2}{ab} + \frac{(b+c)^2}{bc} + \frac{(c+a)^2}{ca}$

3. ข้อสอบคณิตศาสตร์ของโรงเรียนแห่งหนึ่งเป็นข้อสอบแบบถูกผิด 15 ข้อ โดยแบ่งเป็น ข้อละ 1 คะแนน จำนวน 10 ข้อ และข้อละ 2 คะแนน จำนวน 5 ข้อ ถ้าตอบถูกจะได้คะแนนตามที่กำหนดไว้ ถ้าตอบผิดจะได้ศูนย์ นายเล็กต้องการทำหายความสามารถของตัวเอง โดยทำให้ได้ 6 คะแนนพอดี โดยมีข้อแม้ว่าจะต้องทำข้อสอบทุกข้อ จงหาว่าเขาจะสามารถทำข้อสอบได้ทั้งหมดกี่วิธี
4. ความยาวของส่วนสูงทั้งสามของสามเหลี่ยม A เป็น 3, 4 และ 6 หน่วย ตามลำดับ ความยาวของเส้นมัธยฐานทั้งสามของสามเหลี่ยม B เป็น 4, 6 และ 8 หน่วย ตามลำดับ จงหาผลต่างของพื้นที่สามเหลี่ยม A และ B
5. ทรงเรขาคณิตสามมิติรูปหนึ่งประกอบขึ้นจากลูกบาศก์หน่วย และเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงภาพที่ได้จากการมองทางด้านบนพร้อมทั้งตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ที่ได้ดังรูป ทรงเรขาคณิตสามมิติรูปนี้มีพื้นที่ผิวที่ตารางหน่วย

7	4	2	3
1	5	9	6
4	3	2	6
3	4	7	5

6. กำหนดลำดับดังนี้

$$1, -2, -1, 4, 17, 46, \dots$$

จงหาพจน์ที่ 10 ของลำดับ

7. ให้  $a, b$  เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ ห.ร.ม. ของ  $a$  และ  $b$  เป็น 1

ให้  $x$  เป็น ห.ร.ม. ของ  $a + b$  และ  $a - b$

$y$  เป็น ห.ร.ม. ของ  $a + 2b$  และ  $a - 2b$

ถ้า  $a > 2b$  แล้ว จงหาค่าสูงสุดของ  $xy$



8. หลังการสอบปลายภาคที่มีคะแนนเต็ม 100 คะแนน สิ้นสุดลง นักเรียนห้อง ม.3/2 จำนวน 10 คน ได้คะแนนเป็นจำนวนเต็ม และไม่มีใครได้คะแนนต่ำกว่า 60 คะแนน แต่อาจารย์ทำคะแนนของนักเรียนหายไป 3 คน โดยนักเรียน 7 คนที่เหลือได้คะแนน 68, 76, 78, 81, 87, 87 และ 92 คะแนน ถ้าทราบว่าคะแนนของนักเรียนทั้ง 10 คนนี้ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับฐานนิยม จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนทั้ง 10 คน
9. จงหาผลบวกของกำลังสองของคำตอบที่เป็นจำนวนจริงทั้งหมดของ  $4x^2 - 40[x] + 51 = 0$  โดยที่  $[x]$  คือจำนวนเต็มที่ยกที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $x$
10. จากรูป  $\square ABCD$  เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน ที่มีอัตราส่วนความยาวด้าน  $AB : BC = 3 : 2$  ถ้าอัตราส่วนพื้นที่  $S_2 : S_3 = 3 : 4$  และอัตราส่วนพื้นที่  $S_2 : S_4 = 2 : 3$  และ  $S_1$  มีพื้นที่ 420 ตารางหน่วย แล้ว  $\square ABCD$  มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย
11. ลูกเต๋าลูกหนึ่งมีผลรวมแต้มของสองด้านที่อยู่ตรงข้ามกันเท่ากันทุกคู่ กำหนดให้แต้มบนด้านที่อยู่รอบมุมของลูกเต๋ามุมหนึ่งเป็น 36, 52 และ 56 และแต้มบนด้านที่เหลือเป็นจำนวนเฉพาะที่มีค่าไม่เกิน 1,000 ทั้งสิ้น จงหาผลรวมที่มีค่ามากที่สุดของแต้มบน 3 ด้านที่เหลือ
12. นายชนะต้องการเล่นเกมคอมพิวเตอร์หมายเลขปริศนา ซึ่งเป็นเลข 4 หลัก ประกอบด้วยเลขโดด 0-9 โดยเลข 0 ไม่อยู่หน้าสุด และไม่มีเลขโดดในหลักใดซ้ำกันเลย ในการทายคอมพิวเตอร์จะแสดงผลลัพธ์ตามเงื่อนไขต่อไปนี้

- 1) คอมพิวเตอร์จะแสดงผลลัพธ์เป็น A ถ้าเลขโดดของตัวเลขที่ทายตรงกันกับเลขโดดในตัวเลขปริศนา และอยู่ในหลักที่ถูกต้อง ตามจำนวนเลขโดดที่ถูกต้องตามเงื่อนไข
- 2) คอมพิวเตอร์จะแสดงผลลัพธ์เป็น B ถ้าเลขโดดของตัวเลขที่ทายตรงกันกับเลขโดดในตัวเลขปริศนา แต่ไม่ถูกหลัก ตามจำนวนเลขโดดที่ถูกต้องตามเงื่อนไข

ถ้านายชนะทายไป 3 ครั้ง ได้ผลลัพธ์ออกมาดังนี้

1234	AA
5678	B
1594	AAB

จงหาผลรวมของเลขปริศนาที่เป็นไปได้ทั้งหมด

13. ให้  $p, q$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่มี ห.ร.ม. เป็น 1 และ

$$\frac{p}{q} = \frac{543}{2549} + \frac{543 \times 542}{2549 \times 2548} + \dots + \frac{543 \times 542 \times \dots \times 1}{2549 \times 2548 \times \dots \times 2007}$$

จงหาค่าของ  $p + q$

14. ในแม่น้ำที่มีกระแส น้ำคงที่ เรือ ก จะแล่นทวนน้ำด้วยอัตราเร็ว 3 เมตรต่อวินาที และแล่นตามน้ำด้วยอัตราเร็ว 5 เมตรต่อวินาที ส่วนเรือ ข แล่นตามน้ำด้วยอัตราเร็ว 7 เมตรต่อวินาที ในวันลอยกระทง เรือ ก และเรือ ข หันหัวเรือเข้าหากัน โดยเรือ ก แล่นตามน้ำ และเรือ ข แล่นทวนน้ำ เรือ ก ยาว 9 เมตร และเรือ ข ยาว 5 เมตร มีเด็กชายตั้ม และรถไฟ ต อยู่ที่ท้ายเรือ ก และมีเด็กหญิงนิว และรถไฟ น อยู่ที่ท้ายเรือ ข รถไฟของเด็กทั้งสอง เมื่อปล่อย จะแล่นด้วยความเร็ว 0.5 เมตรต่อวินาที (เทียบกับพื้นน้ำ) ไปทางหัวเรือ แต่ละลำ เรือทั้งสองเริ่มแล่นพร้อมๆ กับที่เด็กทั้งสองปล่อยรถไฟของตน เมื่อเรือทั้งสองลำเริ่มสวนกัน หมวกที่เด็กหญิงนิวสวมอยู่ก็หล่นลงในแนวตั้งทันที เด็กหญิงนิวรู้สึกตัวเมื่อเรือทั้งสองลำสวนกันพ้นพอดี จึงแล่นเรือถอยหลัง (ไม่หันหัวเรือ) ไปเก็บหมวก ทันทีที่เด็กหญิงนิวซึ่งยังอยู่ที่ท้ายเรือเก็บหมวกได้แล้วนั้น เด็กหญิงนิวก็แล่นเรือกลับไปทางเดิมทันที ถ้าเรือทั้งสองลำสวนกันพ้นพอดีอีกครั้งหลังจากที่รถไฟของเด็กทั้งสองสวนกันพ้นพอดีครั้งแรกเป็นเวลา 1.9 วินาที จงหาว่า ก่อนออกเรือ หัวเรือของเรือทั้งสองลำอยู่ห่างกันกี่เมตร
15. กำหนดให้  $a, b, c, d$  และ  $k$  เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับ

$$k = \left( \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{24^2} + \frac{1}{25^2}} \right) + \frac{1}{25}$$

$$a = \sqrt{|k| - \sqrt{2k - a + 1}}$$

$$b = \sqrt{|k| + \sqrt{2k - b + 1}}$$

$$c = \sqrt{|k| - \sqrt{2k + c + 1}}$$

$$d = \sqrt{|k| + \sqrt{2k + d + 1}}$$

จงหาค่าของ  $abcd$

16. ให้  $x, y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$\text{จงหาค่าที่ต่ำที่สุดที่เป็นไปได้ของ } \frac{x^2}{(3x-2y-z)^2} + \frac{y^2}{(3y-2z-x)^2} + \frac{z^2}{(3z-2x-y)^2}$$

17. ในรูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$  กำหนดให้  $\hat{BAC} = \hat{CAD} = 25^\circ$ ,  $\hat{ABD} = 125^\circ$  และ  $BC = CD$

ให้  $E$  เป็นจุดภายในด้าน  $AD$  ที่ทำให้  $BC = DE$

จงหาขนาดของ  $\hat{ACE}$

#### ตอนที่ 4 จงแสดงวิธีทำ

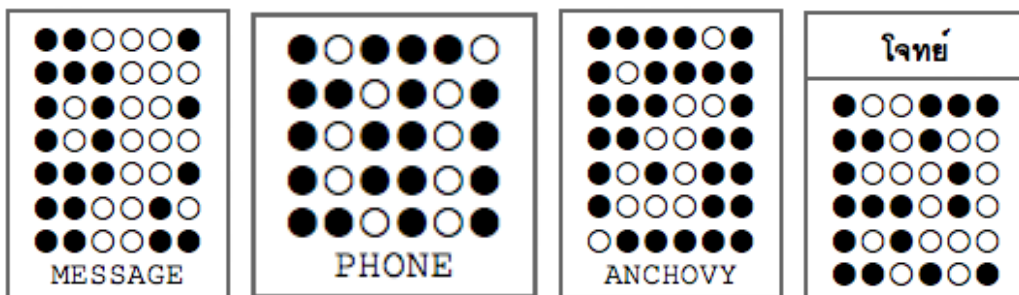
หมากล้อม หรือ โกะ ถือกำเนิดขึ้นในประเทศจีนมาแล้วกว่า 3,000 - 4,000 ปี ในอดีตเป็นที่นิยมเล่นในหมู่ปัญญาชนชั้นสูงและขุนนางผู้บริหารประเทศ และมีความสำคัญจนได้รับการจัดให้เป็น 1 ใน 4 ศิลปะประจำชาติจีน (หมากล้อม ดนตรี กลอน และภาพ) ต่อมาหมากล้อมจึงเผยแพร่เข้าสู่ประเทศญี่ปุ่นและเกาหลี โกะรุ่งเรืองอย่างมากในญี่ปุ่น สมัยโชกุนโตกุกาว่า ได้สนับสนุนให้ทหารเล่นโกะ เปลี่ยนวิธีการรบด้วยกำลังเป็นการรบด้วยปัญญา และยังสนับสนุนให้โกะแพร่หลายมากยิ่งขึ้นอีก โดยโชกุนโตกุกาว่าได้ตั้งสำนักโกะขึ้น 4 สำนัก เพื่อคัดเลือกผู้เป็นยอดฝีมือโกะของญี่ปุ่น โดยจัดให้สำนักทั้ง 4 คือ ฮงนินโบ, อิโนอุเอะ, ยาสุอิ และ ฮายาชิ ส่งตัวแทนมาประลองฝีมือเพื่อชิงตำแหน่ง “เมย์จิน” จากการส่งเสริมโกะของญี่ปุ่น ทำให้อีกประมาณ 100 ปีต่อมา มาตรฐานฝีมือนักเล่นโกะของญี่ปุ่นก็ก้าวนำจีน ซึ่งเป็นต้นกำเนิดของโกะรวมทั้งประเทศเกาหลีไปไกลแล้ว ปัจจุบันทั่วโลกเล่นโกะกันอย่างแพร่หลาย โกะเรียกเป็นสากลว่า “Go” ปัจจุบัน โกะแพร่หลายในกว่า 50 ประเทศ มีการก่อตั้งสมาพันธ์หมากล้อมนานาชาติขึ้นในปี พ.ศ. 2522 นอกจากนี้แล้ว โรงเรียนและมหาวิทยาลัยหลายแห่งยังมีการบรรจุวิชาโกะในหลักสูตร และมีการศึกษาปรัชญาจากโกะอีกด้วย <sup>1</sup>

โดยปกติแล้ว การเล่นโกะจะใช้หมากดำ หมากขาว และกระดานขนาด 19 x 19 เส้น เนื่องจากกระดานโกะมีขนาดใหญ่กว่ากระดานหมากรูกหลายเท่าตัว การเล่นโกะจึงเปรียบเสมือนการทำสงครามที่มีหลายสนามรบ การชนะในสนามรบเดียวนั้นไม่อาจทำให้ชนะทั้งสงครามได้ ดังนั้นจึงต้องใช้ทรัพยากรที่มีอย่างคุ้มค่า พิจารณาถึงผลได้ผลเสียอย่างถี่ถ้วน เน้นการสร้างตนเองให้แข็งแกร่ง ไม่ใช่การทำลายคู่ต่อสู้

นาย อ และนางสาว ป หลงใหลการเล่นโกะเป็นชีวิตจิตใจ และมักจะเล่นโกะด้วยกันทุกวัน ทั้งสองคนชอบหาบริเวณที่สงบและเป็นส่วนตัวสำหรับเล่นโกะด้วยกันสองต่อสอง แต่มักจะมีผู้สอดรู้สอดเห็น เข้าไปสังเกตการณ์เป็นประจำ สร้างความเบื่อหน่ายเป็นอย่างมาก ทั้งสองคนจึงได้คิดรหัสลับจากหมากโกะขึ้น เพื่อใช้ในการพูดคุยและการนัดหมายที่เป็นความลับระหว่างกัน

ด้วยเหตุผลอะไรสักอย่าง คุณจำเป็นต้องทราบว่า วันนี้ ทั้งสองคนไปเล่นโกะที่ไหน คุณรู้เพียงว่าพวกเขาไปที่งานโชว์งานหนึ่งเท่านั้น โชคดีที่คุณจำหมากโกะที่ทั้งสองคนสื่อสารกันในวันนี้ได้ รวมไปถึงแอบจดรหัสที่เคยใช้มาในวันก่อนๆ อีกด้วย

กรอบทางด้านขวา สามกรอบบนแสดงกระดานจรวดรหัสของวันก่อนๆ โดยบรรทัดสุดท้ายเป็นคำเฉลยรหัส จงถอดรหัสโจทย์ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งอธิบายวิธีการเข้ารหัสและถอดรหัสมาพอสังเขป



<sup>1</sup> สุรพล อินทรเทศ